

TPE, TAN, TAE e tassi d'interesse di computo: modalità di calcolo

Antonio Annibali¹ - Alessandro Annibali² - Carla Barracchini³ - Francesco Olivieri⁴

¹ Professore Ordinario fr di Matematica Finanziaria, Attuario - Facoltà di Economia, Università degli Studi 'La Sapienza' di Roma
- email: antonio.annibali@uniroma1.it, antonio.annibali@gmail.com, antonio.annibali@legalmail.it

² Ingegnere finanziario senior developer - EDWH expert - email: alexannibali@openaccess.it - Sito: www.attuariale.eu

³ Professore Associato di Matematica Finanziaria, Dipartimento di Ingegneria industriale, di Informatica e di Economia, Università degli studi de L'Aquila - email: carla.barracchini@ec.univaq.it

⁴ Attuario professionista - Consulente Tecnico di ufficio presso il Tribunale di Roma - email: olivierifrancesco@alice.it

Premessa: Pur essendo temi trattati in precedenti scritti, gli autori del presente articolo ritengono utile riproporre in modo **didattico** gli argomenti di **matematica finanziaria di base**, quali indicati nel titolo, ad uso degli addetti ai lavori e di chi, non essendo della materia, ne scrive commettendo involontari (o volontari) **errori**.

Definizione 1: Un **tasso d'interesse periodale effettivo** ($TPE = i_{1/m}$) è un tasso nel quale il periodo di **riferimento** (anno, semestre, quadrimestre, trimestre, bimestre, mese, ...) **coincide** con il periodo di **applicazione** del tasso stesso.

Si parla quindi di

- **TAE** – Tasso **annuo** effettivo (indicabile con **i**)
- **TSE** – Tasso **semestrale** effettivo (indicabile con **$i_{1/2}$**)
- **TQE** – Tasso **quadrimestrale** effettivo (indicabile con **$i_{1/3}$**)
- **TTE** – Tasso **trimestrale** effettivo (indicabile con **$i_{1/4}$**)
- **TBE** – Tasso **bimestrale** effettivo (indicabile con **$i_{1/6}$**)
- **TME** – Tasso **mensile** effettivo (indicabile con **$i_{1/12}$**)

Esistono anche tassi periodali effettivi con periodi di riferimento (e applicazione) inferiori al mese, quali ad esempio: tassi effettivi quindicennali, settimanali, giornalieri, orari, per minuto, per secondo e così via, oppure con periodi di riferimento (ed applicazione) superiori all'anno, quali ad esempio: tassi effettivi biennali, triennali, quinquennali, ecc..

Definizione 2: Due **tassi periodali effettivi**, con diverso periodo di riferimento, si definiscono (**finanziariamente**) **equivalenti** se, con riguardo a uno stesso capitale (ad esempio: unitario) e a una stessa durata dell'operazione finanziaria (ad esempio: annuale), comportano lo stesso montante ovvero lo stesso valore attuale.

L'**equivalenza** tra tassi periodali effettivi dipende dal **regime finanziario** adottato: dati due tassi periodali effettivi **i_{1/m_1}** e **i_{1/m_2}** , relativi ai rispettivi periodi di riferimento **$1/m_1$** e **$1/m_2$** di anno,

nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice**, la condizione di equivalenza risulta

$$\underbrace{m_1 \cdot i_{1/m_1} = m_2 \cdot i_{1/m_2}}_{i_{1/m_1} \equiv i_{1/m_2}} \Rightarrow \underbrace{i_{1/m_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot i_{1/m_2}}_{i_{1/m_1} \equiv i_{1/m_2}}$$

in particolare, se $m_1 = 1$ oppure $m_2 = 1$, risultano le relazioni di equivalenza tra i diversi tassi periodali effettivi e il tasso annuo effettivo

$$\underbrace{i = m_2 \cdot i_{1/m_2}}_{i \equiv i_{1/m_2}}, \quad \underbrace{i_{1/m_1} = \frac{i}{m_1}}_{i_{1/m_1} \equiv i}$$

nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, la condizione di equivalenza risulta

$$\underbrace{(1 + i_{1/m_1})^{m_1} = (1 + i_{1/m_2})^{m_2}}_{i_{1/m_1} \equiv i_{1/m_2}} \Rightarrow \underbrace{i_{1/m_1} = (1 + i_{1/m_2})^{m_2/m_1} - 1}_{i_{1/m_1} \equiv i_{1/m_2}}$$

in particolare, se $m_1 = 1$ oppure $m_2 = 1$, risultano le relazioni di equivalenza tra i diversi tassi periodali effettivi e il tasso annuo effettivo

$$\underbrace{i = (1 + i_{1/m_2})^{m_2} - 1}_{i \equiv i_{1/m_2}}, \quad \underbrace{i_{1/m_1} = (1 + i)^{1/m_1} - 1}_{i_{1/m_1} \equiv i}$$

Definizione 3: Un **tasso d'interesse periodale nominale (TPN)** è un tasso **strumentale** nel quale il periodo di **applicazione non coincide** necessariamente con il periodo di **riferimento**, ma ne costituisce una frazione (propria o impropria), corrispondente al periodo di riferimento diviso per un numero m (denominato **convertibilità del tasso**), il quale deve **sempre** accompagnare il tasso nominale.

Si parla quindi di

- TAN_m – Tasso **annuo** nominale con convertibilità m volte nell'anno (indicabile con j_m)
- TSN_m – Tasso **semestrale** nominale con convertibilità m volte nel semestre
- TQN_m – Tasso **quadrimestrale** nominale con convertibilità m volte nel quadrimestre
- TTN_m – Tasso **trimestrale** nominale con convertibilità m volte nel trimestre
- TBN_m – Tasso **bimestrale** nominale con convertibilità m volte nel bimestre
- TMN_m – Tasso **mensile** nominale con convertibilità m volte nel mese

Facendo riferimento al caso più ricorrente, riguardante il **tasso annuo nominale (j_m)**, con le diverse **convertibilità**, viene indicato nel modo seguente:

- j_1 – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità annuale** (coincidente con il tasso effettivo i)
- j_2 – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità semestrale**
- j_3 – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità quadrimestrale**

- j_4 – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità trimestrale**
- j_6 – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità bimestrale**
- j_{12} – Tasso **annuo** nominale con **convertibilità mensile**

Alle convertibilità $m = 24, 52, 360, 8640, 518400, 31104000$ corrispondono i tassi nominali con convertibilità quindicennale, settimanale, giornaliera, oraria, per minuto e per secondo.

Dato un tasso annuo nominale j_m , con convertibilità m , l'equivalente tasso periodale effettivo $i_{1/m}$, si ottiene rapportando il tasso nominale alla sua convertibilità

$$\underbrace{i_{1/m} = \frac{j_m}{m}}_{i_{1/m} \equiv j_m} \Rightarrow \underbrace{j_m = m \cdot i_{1/m}}_{j_m \equiv i_{1/m}}$$

e in particolare

$$i = j_1, i_{1/2} = \frac{j_2}{2}, i_{1/3} = \frac{j_3}{3}, i_{1/4} = \frac{j_4}{4}, i_{1/6} = \frac{j_6}{6}, i_{1/12} = \frac{j_{12}}{12}$$

La relazione $j_1 = i$ mostra l'uguaglianza esistente tra il tasso annuo nominale, con convertibilità annuale o unitaria ($m=1$), e il tasso annuo effettivo.

Esempio 1: Dato il tasso annuo nominale con convertibilità mensile: $j_{12} = 6,00\%$, l'equivalente tasso mensile effettivo $i_{1/12}$ risulta pari allo **0,50%**

$$\underbrace{i_{1/12} = \frac{j_{12}}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,50\%}_{(i_{1/12}=0,50\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)}$$

È utile sottolineare quanto segue dalla **Definizione 3**: la relazione esistente tra un tasso annuo nominale, caratterizzato da una fissata convertibilità m , e l'equivalente tasso periodale, relativo al $1/m$ di anno, **prescinde** dall'adozione di un particolare **regime finanziario**. Al contrario, ogni altra relazione di equivalenza tra tassi effettivi (come specificato in precedenza), tra tassi nominali e tra tassi effettivi e nominali, dipende dal regime finanziario adottato.

Nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice**, la relazione di equivalenza tra tassi annui nominali e tasso effettivo ($j_m \equiv i$) comporta la loro uguaglianza ($j_m = i$) per qualsiasi convertibilità m ; tale proprietà deriva dal fatto che in tale regime finanziario, poiché gli interessi precedentemente maturati non producono ulteriori interessi, tra i tassi effettivi vige una proporzionalità, basata sull'ampiezza dei diversi periodi di riferimento, senza dover tener conto dell'ampiezza dei periodi applicazione:

$$i_{j_1} = \underbrace{2 \cdot i_{1/2}}_{j_2} = \underbrace{3 \cdot i_{1/3}}_{j_3} = \underbrace{4 \cdot i_{1/4}}_{j_4} = \underbrace{6 \cdot i_{1/6}}_{j_6} = \underbrace{12 \cdot i_{1/12}}_{j_{12}}$$

Differente è la situazione nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, nel quale le relazioni di equivalenza tra il tasso annuo effettivo i e i diversi tassi

periodali effettivi $i_{1/m}$, con diverso periodo di riferimento (pari ad $1/m$ di anno), non sono caratterizzate da proporzionalità, ma da relazioni di tipo esponenziale:

$$i = (1 + i_{1/2})^2 - 1 = (1 + i_{1/3})^3 - 1 = (1 + i_{1/4})^4 - 1 = (1 + i_{1/6})^6 - 1 = (1 + i_{1/12})^{12} - 1$$

da cui deriva

$$i = \left(1 + \frac{j_2}{2}\right)^2 - 1 = \left(1 + \frac{j_3}{3}\right)^3 - 1 = \left(1 + \frac{j_4}{4}\right)^4 - 1 = \left(1 + \frac{j_6}{6}\right)^6 - 1 = \left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12} - 1$$

ossia in generale

$$i = \begin{cases} \underbrace{(1 + i_{1/m})^m - 1}_{i \equiv i_{1/m}} \Rightarrow \underbrace{i_{1/m} = (1 + i)^{1/m} - 1}_{i_{1/m} \equiv i} \\ \underbrace{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m - 1}_{i \equiv j_m} \Rightarrow \underbrace{j_m = m((1 + i)^{1/m} - 1)}_{j_m \equiv i} \end{cases}$$

Esempio 1bis (precedente): Dato il tasso annuo nominale con convertibilità mensile $j_{12} = 6,00\%$, l'equivalente tasso annuo effettivo i , in regime di **capitalizzazione composta** risulta pari al **6,1677812%**,

$$i = \underbrace{\left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12} - 1 = (1 + i_{1/12})^{12} - 1 = 1,005^{12} - 1 = 6,1677812\%}_{(i=6,1677812\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)}$$

I due tassi annui $j_{12} = 6,00\%$ ed $i = 6,1677812\%$ non sono numericamente uguali, ma sono tra loro equivalenti, in quanto corrispondono allo stesso $i_{1/12}$ pari allo **0,50%**

$$i_{1/12} = \begin{cases} \underbrace{(1 + i)^{1/12} - 1 = 1,061677812^{1/12} - 1 = 0,50\%}_{(i_{1/12}=0,50\%) \equiv (i=6,1677812\%)} \\ \underbrace{\frac{j_{12}}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,50\%}_{(i_{1/12}=0,50\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)} \end{cases}$$

Ciò significa che, una volta dichiarato il regime finanziario da adottare, al fine della definizione del tasso periodale effettivo, è indifferente conoscere il tasso annuo nominale, con la relativa convertibilità, oppure il tasso annuo effettivo equivalente, in quanto dalla conoscenza dell'uno si può derivare la conoscenza dell'altro e da ognuno dei due si può ottenere la determinazione dello stesso tasso periodale effettivo.

Definizione 4: Due tassi annui nominali, con diversa convertibilità m_1 e m_2 , risultano tra loro equivalenti, se sono equivalenti allo stesso **tasso annuo effettivo i**

$$i = \begin{cases} \left(1 + \frac{j_{m_1}}{m_1}\right)^{m_1} - 1 \\ i \equiv j_{m_1} \\ \left(1 + \frac{j_{m_2}}{m_2}\right)^{m_2} - 1 \\ i \equiv j_{m_2} \end{cases} \Rightarrow j_{m_1} = m_1 \underbrace{\left(\left(1 + \frac{j_{m_2}}{m_2}\right)^{m_2/m_1} - 1 \right)}_{j_{m_1} \equiv j_{m_2}}$$

per $m_1 = 1$ oppure $m_2 = 1$ si ottengono le relazioni di equivalenza tra tassi annui effettivi e nominali, già indicate in precedenza

$$\underbrace{i = \left(1 + \frac{j_{m_2}}{m_2}\right)^{m_2} - 1}_{i \equiv j_{m_2}}, \quad \underbrace{j_{m_1} = m_1 \left((1 + i)^{1/m_1} - 1 \right)}_{j_{m_1} \equiv i}$$

Esempio 2: I due tassi annui nominali $j_2 = 6,00\%$ (con convertibilità semestrale) e $j_3 = 6,00\%$ (con convertibilità quadrimestrale) non sono tra loro equivalenti, in quanto sono equivalenti a due diversi tassi annui effettivi

$$\underbrace{j_2}_{6,00\%} \not\equiv \underbrace{j_3}_{6,00\%} \Leftrightarrow i = \underbrace{\left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^2 - 1}_{(i=6,09\%) \equiv (j_2=6,00\%)} \neq i' = \underbrace{\left(1 + \frac{0,06}{3}\right)^3 - 1}_{(i'=6,1208\%) \equiv (j_3=6,00\%)}$$

Esempio 3: I due tassi annui nominali $j_4 = 5,869538\%$ (con convertibilità trimestrale) e $j_6 = 5,855276\%$ (con convertibilità bimestrale) sono tra loro equivalenti, in quanto sono equivalenti allo stesso tasso annuo effettivo

$$\underbrace{j_4}_{5,869538\%} \equiv \underbrace{j_6}_{5,855276\%} \Leftrightarrow i = \underbrace{\left(1 + \frac{0,05869538}{4}\right)^4 - 1}_{(i=6,00\%) \equiv (j_4=5,869538\%)} = \underbrace{\left(1 + \frac{0,05855276}{6}\right)^6 - 1}_{(i=6,00\%) \equiv (j_6=5,855276\%)}$$

Considerazioni sull'equivalenza tra tassi nominali: risulta opportuno in questa sede evidenziare un frequente **errore** che taluni soggetti (non avvezzi al rispetto del principio dell'equivalenza finanziaria tra tassi nominali) commettono nel cercare di adattare la definizione di tasso nominale, vincolato dalla propria convertibilità, al caso di mutui nei quali è richiesta l'adozione della convenzione relativa all'anno civile.

A tal proposito, supponendo di dover stilare il piano di ammortamento di un mutuo, nel regime finanziario della capitalizzazione composta con pagamento di rate mensili, il cui tasso di interesse di riferimento sia un tasso nominale, caratterizzato da una convertibilità $m=12$, specificata (correttamente) nel contratto oppure dedotta (ingiustificamente) dal frazionamento delle rate, se la convenzione da adottare è quella dell'anno civile romano (di 365 giorni), quei taluni soggetti, disinvoltamente, sostituiscono la convertibilità $m=12$ con la convertibilità $m=365$, mantenendo il valore numerico del tasso nominale. Operando in tal modo, si genera un tasso annuo nominale non equivalente finanziariamente al tasso annuo nominale contrattuale, in quanto ai due tassi nominali (contrattuale o dedotto) corrispondono tassi annui effettivi diversi.

Esempio 4: Al tasso annuo nominale $j_{12} = 6,00\%$ corrispondono il tasso mensile effettivo e il tasso annuo effettivo seguenti (come già visto negli Esempi 1 e 1bis):

$$i_{1/12} = \frac{j_{12}}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,50\%$$

$(i_{1/12}=0,50\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)$

$$i = \left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12} - 1 = \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 = 6,1677812\%$$

$(i=6,1677812\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)$

La disinvolta sostituzione della convertibilità $m=12$ con $m=365$ comporta l'utilizzazione del tasso annuo nominale $j_{365} = 6,00\%$, a cui corrispondono il tasso mensile effettivo e il tasso annuo effettivo (maggiore di quello contrattuale) seguenti:

$$i_{1/365} = \frac{j_{365}}{365} = \frac{0,06}{365} = 0,016438356\%$$

$(i_{1/365}=0,016438356\%) \equiv (j_{365}=6,00\%)$

$$i = \left(1 + \frac{j_{365}}{365}\right)^{365} - 1 = \left(1 + \frac{0,06}{365}\right)^{365} - 1 = 6,1831481\%$$

$(i=6,1831481\%) \equiv (j_{365}=6,00\%)$

Il procedimento corretto consiste, invece, nel calcolare il tasso j_{365} finanziariamente equivalente al tasso j_{12} , nel dedurre il tasso giornaliero effettivo e quindi nel verificare l'uguaglianza tra il tasso annuo effettivo risultante e il tasso annuo effettivo equivalente al tasso annuo nominale contrattuale. Evidentemente, l'uguaglianza tra i due tassi annui effettivi comporta che il tasso annuo nominale j_{365} sia numericamente inferiore all'analogo tasso j_{12} , ma finanziariamente equivalente a causa della maggiore convertibilità.

$$j_{365} = 365 \left(\left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12/365} - 1 \right) = 365 \left(\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{0,032876712} - 1 \right) = 5,9855405\%$$

$(j_{365}=5,9855405\%) \equiv (j_{12}=6,00\%)$

$$i_{1/365} = \frac{j_{365}}{365} = \frac{0,059855405}{365} = 0,016398741\%$$

$(i_{1/365}=0,016398741\%) \equiv (j_{365}=5,9855405\%)$

$$i = \left(1 + \frac{j_{365}}{365}\right)^{365} - 1 = \left(1 + \frac{0,059855405}{365}\right)^{365} - 1 = 6,1677812\%$$

$(i=6,1677812\%) \equiv (j_{365}=5,9855405\%)$

Nota storica sull'introduzione dei tassi (annui) nominali: fermo restando che i calcoli relativi alle valutazioni delle operazioni finanziarie vanno effettuati utilizzando tassi periodali effettivi, la diversità dei loro periodi di applicazione rende difficile la comparazione tra operazioni

finanziarie alternative. Poiché la definizione di equivalenza tra tassi periodali effettivi richiede, nel caso di adozione del regime finanziario della capitalizzazione composta, l'utilizzazione di formule esponenziali, il problema è stato risolto con l'introduzione dei cosiddetti **tassi annui nominali (TAN)**, i quali sono legati ai tassi periodali effettivi da semplici formule algebriche (di moltiplicazione e di divisione), essendo al tempo stesso caratterizzati dal comune periodo annuo di riferimento. Resta comunque fermo il fatto che, anche partendo dai **tassi annui nominali**, normalmente presenti nei contratti, i calcoli necessari vanno svolti utilizzando **tassi periodali effettivi (TPE)** e le comparazioni tra operazioni finanziarie vanno fatte utilizzando **tassi annui effettivi (TAE)**.

Tassi d'interesse effettivi di computo

I **tassi d'interesse di computo** sono i **tassi effettivi** in base ai quali, partendo dalle informazioni presenti in un contratto di mutuo, debbono essere effettuati i calcoli, con particolare riferimento alla definizione delle rate di ammortamento e delle quote di interessi (essendo normalmente conseguenti i calcoli relativi alle quote capitale e ai debiti residui). Come sarà chiarito nel prosieguo della successiva trattazione, nel caso di adozione della **convenzione** relativa all'**anno commerciale (360/360)**, i tassi di computo corrispondono ai **tassi periodali effettivi**, mentre nel caso di adozione della convenzione relativa all'**anno civile romano (365)** oppure **giuliano (365-366)** (con particolare attenzione alle **sub-convenzioni (365/365), (365-366/365-366), (365-366/365)** e soprattutto **(365/360)** e **(365-366/360)**), il problema dei tassi di computo richiede qualche attenzione aggiuntiva.

Le informazioni in base alle quali è possibile differenziare gli **algoritmi di calcolo** sono:

1. il **regime finanziario** di riferimento: regime finanziario della **capitalizzazione composta (CC)** (nel caso di sua adozione, la proprietà di scindibilità delle sue leggi finanziarie, secondo **Francesco Paolo Cantelli**, comporta la presenza di interessi su interessi precedentemente maturati) oppure regime finanziario della **capitalizzazione semplice (CS)** (nel caso di sua adozione, con scelta della coerente epoca di equivalenza finanziaria finale **(CS.f)**, la proprietà di scindibilità parametrica delle sue leggi finanziarie, secondo **Filadelfo Insolera**, comporta l'assenza di interessi su interessi precedentemente maturati),
2. la **tipologia del tasso** (ipotizzato fisso) d'interesse annuo di riferimento: **tasso annuo nominale** con convertibilità **m**: $TAN_m = j_m$, come accade tradizionalmente nel caso di **mutui**, oppure **tasso annuo effettivo**: $TAE = i$, come accade nel caso di operazioni di **leasing** (nelle quali, espressamente per legge, è richiesto il cosiddetto **tasso leasing**, che è un tasso annuo effettivo, in quanto **tasso interno di costo** dell'operazione, ossia il **tasso interno di attualizzazione**, per il quale si verifica l'uguaglianza tra costo d'acquisto del bene locato e valore attuale dei canoni e del prezzo dell'opzione di acquisto finale contrattualmente previsti).

Nota tecnica: come già chiarito in precedenza, nel caso di riferimento al **tasso annuo nominale**, va rammentato che tale tipo di tasso, caratterizzato da un periodo di riferimento annuale, richiede la specificazione della cosiddetta **convertibilità m**, indispensabile per la



definizione del periodo di applicazione; in particolare, nel caso di adozione del regime della capitalizzazione composta, l'assenza di tale informazione rende il **TAN** indeterminato e quindi non utilizzabile ai fini dei successivi calcoli. Sempre con riguardo a detto regime della capitalizzazione composta, taluni soggetti ritengono che, nel caso di ammortamento di mutui/leasing, l'informazione riguardante la convertibilità del TAN possa essere dedotta dal tipo di frazionamento delle rate: tale congettura è **priva di qualsivoglia validità scientifica**, perché la specifica della convertibilità di un tasso nominale è un **concetto primitivo**, che precede la (e prescinde dalla) sua utilizzazione nelle operazioni di mutuo/leasing ed è quindi concettualmente indipendente dal frazionamento delle sue rate.

Esempio 5: Un contratto prevede un **tasso nominale** con convertibilità **mensile** pari a $j_{12} = 12,00\%$, da applicare, nel regime della **capitalizzazione composta**, ad un caso di un mutuo con preammortamento con **pagamenti trimestrali** degli interessi e ammortamento con **rate mensili**: risulta evidente la necessità di disporre dell'equivalente tasso nominale j_4 , da definire in base alla formula di equivalenza tra tassi d'interesse annui nominali con diversa convertibilità

$$j_4 = 4 \left(\left(1 + \frac{j_{12}}{12} \right)^{12/4} - 1 \right) = 4(1,01^3 - 1) = 12,1204\%$$

$(j_4=12,1204\%) \equiv (j_{12}=12,00\%)$

risultando evidente la loro contemporanea equivalenza con il **tasso annuo effettivo i**

$$\left(1 + \frac{j_4}{4} \right)^4 - 1 = \left(1 + \frac{j_{12}}{12} \right)^{12} - 1 = 12,682503\%$$

$(j_4=12,1204\%) \equiv (j_{12}=12,00\%) \equiv (i=12,682503\%)$

Come precedentemente indicato, la determinazione del tasso periodale effettivo $TPE = i_{1/m}$ (necessario per le successive computazioni) dipende dalla tipologia del tasso annuo di riferimento (j_m oppure i) e dal regime finanziario adottato (**capitalizzazione composta** oppure **capitalizzazione semplice**):

- se il **tasso annuo** di riferimento è **nominale j_m** e/o il regime finanziario è quello della **capitalizzazione semplice** (nel quale regime risulta sempre $j_m = i$), l'equivalente tasso periodale effettivo risulta

$$i_{1/m} = \frac{j_m}{m}$$

Esempio 6: Dato il tasso annuo nominale del $j_m=6,00\%$, gli equivalenti tassi periodali effettivi e tassi annui effettivi (rispettivamente in **CC** e in **CS**) risultano

$$\underbrace{i_{1/m} = \frac{0,06}{m}}_{i_{1/m} \equiv j_m} , \quad \underbrace{i = \left(1 + \frac{0,06}{m}\right)^m - 1}_{i \equiv j_m^{cc}} , \quad \underbrace{i = 0,06}_{i \equiv j_m^{cs}}$$

TAN	Tassi periodali effettivi - $i_{1/m}$					
convertib	Anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
$j_m=6,00\%$	i	$i_{1/2}$	$i_{1/3}$	$i_{1/4}$	$i_{1/6}$	$i_{1/12}$
TPE	6,0000%	3,0000%	2,0000%	1,5000%	1,0000%	0,5000%
	Tassi annui effettivi - i					
TAE (CC)	6,0000%	6,0900%	6,1208%	6,1364%	6,1520%	6,1678%
TAE (CS)	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%

- se il tasso annuo di riferimento è **effettivo** i e il **regime finanziario** è quello della **capitalizzazione composta**, l'equivalente tasso periodale effettivo risulta

$$i_{1/m} = (1 + i)^{1/m} - 1$$

Esempio 7: Dato il tasso annuo effettivo del **6.00%**, gli equivalenti tassi periodali effettivi e i tassi annui nominali (in **CC** e in **CS**) risultano

$$\underbrace{i_{1/m} = (1 + 0,06)^{1/m} - 1}_{i_{1/m} \equiv i} , \quad \underbrace{j_m = m((1 + 0,06)^{1/m} - 1)}_{j_m \equiv i^{cc}} , \quad \underbrace{j_m = 0,06}_{j_m \equiv i^{cs}}$$

TAE	Tassi periodali effettivi - $i_{1/m}$					
convertib	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
$i=6.00\%$	i	$i_{1/2}$	$i_{1/3}$	$i_{1/4}$	$i_{1/6}$	$i_{1/12}$
TPE	6,0000%	2,9563%	1,9613%	1,4674%	0,9759%	0,4868%
	Tassi annui nominali - j_m					
TAN (CC)	6,0000%	5,9126%	5,8838%	5,8695%	5,8553%	5,8411%
TAN (CS)	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%	6,0000%

3. la **struttura dell'anno: anno commerciale** composto da **360** giorni divisi in mesi di uguale durata oppure **anno civile** composto da **365/366** giorni divisi in mesi di durata differenziata.

Nota 1: nel caso di adozione della struttura dell'anno **commerciale**, l'anno risulta composto di 360 giorni e diviso in due semestri di 180 giorni, tre quadrimestri di 120 giorni, quattro trimestri di 90 giorni, sei bimestri di 60 giorni e dodici mesi di 30 giorni.

Nota 2: nel caso di adozione della struttura dell'anno **civile**, l'anno risulta composto di 365/366 giorni (366 giorni per gli anni bisestili) e diviso in semestri, quadrimestri, trimestri, bimestri e mesi di durata diversa. Le regole per fissare il calendario hanno subito molte modifiche: dopo il calendario romano, in uso fin dal tempo della fondazione di Roma, la riforma più importante fu quella elaborata nel **46 a.C.** dall'astronomo egizio **Sosigene di Alessandria** (consigliere della regina **Cleopatra VII**) e promulgata da **Giulio Cesare**, da cui è derivato il nome di **calendario giuliano** (in particolare, Sosigene stabilì che l'anno civile fosse composto di 365 giorni e che un anno, ogni quattro, fosse **bisestile**, prevedendo l'aggiunta di un giorno:



attualmente sono bisestili, secondo il calendario giuliano, gli anni il cui numero dell'anno risulta divisibile esattamente per 4 (ossia terminante per 00, 04, ..., 96); ovviamente tale regola non poté essere fissata da Sosigene, che visse e fu attivo nell'arco del I secolo a.C.). La successiva (ed attuale) riforma del calendario è stata quella voluta dal Papa **Gregorio XIII (Ugo Boncompagni)**, che la introdusse il giorno **4 ottobre 1582** con la bolla papale "**Inter gravissimas**" promulgata nella Villa Mondragone di **Monte Porzio Catone (RM)**: il nuovo **calendario gregoriano** prevede sette mesi di 31 giorni, quattro mesi di 30 giorni e il mese di febbraio di 28 giorni (29 giorni, se bisestile). La commissione, che studiò il problema, era presieduta dal cardinale **Guglielmo Sirleto** e composta quasi interamente da rappresentanti del clero, a parte i due fratelli astronomi-matematici calabresi **Luigi e Antonio Lilio**. Il risultato della commissione fu quello di mantenere lo schema del calendario giuliano, modificando la regola degli anni bisestili, nel senso che, degli anni bisestili multipli di 100 previsti dal calendario giuliano, dovevano restare bisestili solo quelli multipli di 400, per cui sono stati bisestili gli anni 1600, 2000 e lo sarà il 2400, ma non lo sono stati gli anni 1700, 1800, 1900 e non lo saranno gli anni 2100, 2200, 2300, 2500, ecc. Quanto sopra detto comporta che la **durata media** di un anno secondo il calendario giuliano è di **365,25** ($=365+1/4$) giorni, mentre la durata media secondo il calendario gregoriano è di **365,2425** ($=365+97/400$) giorni. Considerando che la modifica della regola relativa agli anni bisestili prevista dal calendario gregoriano non ha effetto all'interno dell'attuale XXI secolo, per le prossime considerazioni sarà logico fare riferimento al **calendario giuliano**.

Stante quindi la terna delle possibili strutture dell'anno **commerciale**, civile **romano** e civile **giuliano**, le **durate medie periodali** (in giorni) risultano:

Strutture	#	Durate medie - $z_{1/m}^{\#}$					
		anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
		$z^{\#}$	$z_{1/2}^{\#}$	$z_{1/3}^{\#}$	$z_{1/4}^{\#}$	$z_{1/6}^{\#}$	$z_{1/12}^{\#}$
Anno commerciale	c	360,0000	180,0000	120,0000	90,0000	60,0000	30,0000
Anno romano	r	365,0000	182,5000	121,6667	91,2500	60,8333	30,4167
Anno giuliano	g	365,2500	182,6250	121,7500	91,3125	60,8750	30,4375

mentre le **possibili durate periodali** (in giorni) risultano:

Strutture	#	Durate possibili - $zz_{1/m}^{\#}$					
		anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
		$zz^{\#}$	$zz_{1/2}^{\#}$	$zz_{1/3}^{\#}$	$zz_{1/4}^{\#}$	$zz_{1/6}^{\#}$	$zz_{1/12}^{\#}$
Anno commerciale	c	360,00	180,00	120,00	90,00	60,00	30,00
Anno romano	r	365,00	181,00	120,00	89,00	59,00	28,00
			182,00	121,00	90,00	60,00	29,00
Anno giuliano	g	365,25	183,00	122,00	91,00	61,00	30,00
			184,00	123,00	92,00	62,00	31,00

Il prodotto cartesiano delle tre sopracitate strutture consente di caratterizzare le diverse "**convenzioni per il calcolo degli interessi**", rappresentate, in termini d'anno, con evidenza del

numero dei giorni effettivi considerati nel calcolo degli interessi, in rapporto al numero dei giorni compresi nel periodo di riferimento: delle nove convenzioni, quelle utilizzate sono sei (indicate con fondo chiaro) e in particolare le tre convenzioni sulla diagonale principale $c|c$, $r|r$ e $g|g$ sono neutre, nel senso della coerenza temporale esistente tra numeratore e denominatore e, mentre la convenzione $g|r$ crea una leggera sopravvalutazione degli interessi, le due ultime convenzioni $r|c$ e $g|c$ sono alquanto “malandrine”, in quanto, senza alcuna giustificazione di tipo scientifico-finanziario, generano una consistente **sopravalutazione degli interessi**, stimabile in circa l'1,40% del loro ammontare

Convenzioni			Anno commerciale	Anno romano	Anno giuliano
			$c = 360$	$r = 365$	$g = 365-366$
Anno commerciale	c	360	$c c = 360/360$	$c r = 360/365$	$c g = 360/365-366$
Anno romano	r	365	$r c = 365/360$	$r r = 365/365$	$r g = 365/365-366$
Anno giuliano	g	365,25	$g c = 365-366/360$	$g r = 365-366/365$	$g g = 365-366/365-366$

Per ciascuna delle sei convenzioni utilizzate, è possibile definire i cosiddetti **coefficienti di adeguamento temporale**, i quali rappresentano le grandezze in base alle quali effettuare l'adeguamento del tasso periodale effettivo ai diversi periodi di applicazione. Di seguito sono riportati, distintamente, per convenzione, per frazionamento delle rate e durate possibili degli intervalli tra le scadenze di due rate successive, i coefficienti $\beta_{1/m}^{\#|\#}$ (ottenuti rapportando le durate possibili periodali alle durate medie periodali corrispondenti)

Strutture	Coefficienti di adeguamento temporale - $\beta_{1/m}^{c c}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
	$\beta_{1/m}^{c c}$	$\beta_{1/2}^{c c}$	$\beta_{1/3}^{c c}$	$\beta_{1/4}^{c c}$	$\beta_{1/6}^{c c}$	$\beta_{1/12}^{c c}$
Anno commerciale	$(360/360)$ 1.000000	$(180/180)$ 1.000000	$(120/120)$ 1.000000	$(90/90)$ 1.000000	$(60/60)$ 1.000000	$(30/30)$ 1.000000

Strutture	Coefficienti di adeguamento temporale - $\beta_{1/m}^{r r}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
	$\beta_{1/m}^{r r}$	$\beta_{1/2}^{r r}$	$\beta_{1/3}^{r r}$	$\beta_{1/4}^{r r}$	$\beta_{1/6}^{r r}$	$\beta_{1/12}^{r r}$
Anno romano	1.000000	$(181/182.50)$ 0.991781	$(120/121.6667)$ 0.986301	$(89/91.25)$ 0.975342	$(59/60.8333)$ 0.969863	$(28/30.4167)$ 0.920548
		$(182/182.50)$ 0.997260	$(121/121.6667)$ 0.994521	$(90/91.25)$ 0.986301	$(60/60.8333)$ 0.986301	$(29/30.4167)$ 0.953425
		$(183/182.50)$ 1.002740	$(122/121.6667)$ 1.002740	$(91/91.25)$ 0.997260	$(61/60.8333)$ 1.002740	$(30/30.4167)$ 0.986301
		$(184/182.50)$ 1.008219	$(123/121.6667)$ 1.010959	$(92/91.25)$ 1.008219	$(62/60.8333)$ 1.019178	$(31/30.4167)$ 1.019178

Strutture	Coefficienti di adeguamento temporale - $\beta_{1/m}^{g g}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
	$\beta_{1/m}^{g g}$	$\beta_{1/2}^{g g}$	$\beta_{1/3}^{g g}$	$\beta_{1/4}^{g g}$	$\beta_{1/6}^{g g}$	$\beta_{1/12}^{g g}$
Anno giuliano	1.000000	$(181/182.625)$ 0.991102	$(120/121.75)$ 0.985626	$(89/91.3125)$ 0.974675	$(59/60.875)$ 0.969199	$(28/30.4375)$ 0.919918
		$(182/182.625)$ 1.000000	$(121/121.75)$ 1.000000	$(90/91.3125)$ 1.000000	$(60/60.875)$ 1.000000	$(29/30.4375)$ 1.000000

		0.996578	0.993840	0.985626	0.985626	0.952772
		(183/182.625)	(122/121.75)	(91/91.3125)	(61/60.875)	(30/30.4375)
		1.002053	1.002053	0.996578	1.002053	0.985626
		(184/182.625)	(123/121.75)	(92/91.3125)	(62/60.875)	(31/30.4375)
		1.007529	1.010267	1.007529	1.018480	1.018480

Strutture	Coefficients di adeguamento temporale - $\beta^{r c}_{1/m}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
	$\beta^{r c}$	$\beta^{r c}_{1/2}$	$\beta^{r c}_{1/3}$	$\beta^{r c}_{1/4}$	$\beta^{r c}_{1/6}$	$\beta^{r c}_{1/12}$
Anno romano/ Anno commerciale	(365/360) 1.013889	(181/180)	(120/120)	(89/90)	(59/60)	(28/30)
		1.005556	1.000000	0.988889	0.983333	0.933333
		(182/180)	(121/120)	(90/90)	(60/60)	(29/30)
		1.011111	1.008333	1.000000	1.000000	0.966667
		(183/180)	(122/120)	(91/90)	(61/60)	(30/30)
		1.016667	1.016667	1.011111	1.016667	1.000000
		(184/180)	(123/120)	(92/90)	(62/60)	(31/30)
		1.022222	1.025000	1.022222	1.033333	1.033333

Strutture	Coefficients di adeguamento temporale e - $\beta^{g c}_{1/m}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	mese
	$\beta^{g c}$	$\beta^{g c}_{1/2}$	$\beta^{g c}_{1/3}$	$\beta^{g c}_{1/4}$	$\beta^{g c}_{1/6}$	$\beta^{g c}_{1/12}$
Anno giuliano/ Anno commerciale	(365.25/360) 1.014583	(181/180)	(120/120)	(89/90)	(59/60)	(28/30)
		1.005556	1.000000	0.988889	0.983333	0.933333
		(182/180)	(121/120)	(90/90)	(60/60)	(29/30)
		1.011111	1.008333	1.000000	1.000000	0.966667
		(183/180)	(122/120)	(91/90)	(61/60)	(30/30)
		1.016667	1.016667	1.011111	1.016667	1.000000
		(184/180)	(123/120)	(92/90)	(62/60)	(31/30)
		1.022222	1.025000	1.022222	1.033333	1.033333

Strutture	Coefficients di adeguamento temporale - $\beta^{g r}_{1/m}$					
	anno	semestre	quadrim.	trimestre	bimestre	Mese
	$\beta^{g r}$	$\beta^{g r}_{1/2}$	$\beta^{g r}_{1/3}$	$\beta^{g r}_{1/4}$	$\beta^{g r}_{1/6}$	$\beta^{g r}_{1/12}$
Anno giuliano/ Anno romano	(365.25/365) 1.000685	(181/182.50)	(120/121.6667)	(89/91.25)	(59/60.8333)	(28/30.4167)
		0.991781	0.986301	0.975342	0.969863	0.920548
		(182/182.50)	(121/121.6667)	(90/91.25)	(60/60.8333)	(29/30.4167)
		0.997260	0.994521	0.986301	0.986301	0.953425
		(183/182.50)	(122/121.6667)	(91/91.25)	(61/60.8333)	(30/30.4167)
		1.002740	1.002740	0.997260	1.002740	0.986301
		(184/182.50)	(123/121.6667)	(92/91.25)	(62/60.8333)	(31/30.4167)
		1.008219	1.010959	1.008219	1.019178	1.019178

Nota 1 – I risultati riportati nelle precedenti tabelle sono riferiti a periodi frazionari precisi; qualora si avessero periodi di durata inferiore o superiore alle durate previste (ad esempio, a causa di preammortamento o sospensioni), sarà sufficiente creare uno specifico coefficiente di adeguamento temporale, considerando i giorni relativi al caso all'esame.

Nota 2 – Il foglio elettronico **Excel** della **Microsoft** mette a disposizione degli utenti la funzione **TIR.X** per la ricerca del **tasso interno** di un'operazione finanziaria rappresentata da un cash-flow; l'algoritmo mostra come la convenzione utilizzata sia la $g|r = 365-366/365$, poiché il

numeratore dell'esponente è calcolato secondo l'anno civile giuliano, mentre al denominatore è presente la durata dell'anno civile romano.

- Excel usa una tecnica iterativa per il calcolo di TIR.X. Usando un tasso variabile (a partire da ipotesi), TIR.X scorre il calcolo fino a ottenere risultati precisi entro lo 0,000001%. Se TIR.X non trova un risultato che funziona dopo 100 tentativi, #NUM! . La tariffa viene modificata fino a:

$$0 = \sum_{i=1}^N \frac{P_i}{(1 + rate)^{\frac{(d_i - d_1)}{365}}}$$

- di = i-esima, o ultima, data di pagamento.
- d1 = 0-esima data di pagamento.
- Pi = i-esimo, o ultimo, pagamento.

Nell'ammortamento di un mutuo, del quale siano stati definite le cosiddette basi tecniche:

- importo del capitale prestato D_0
- durata del periodo di rimborso n
- frazionamento delle rate m
- tasso periodale effettivo d'interesse (da j_m oppure i) $i_{1/m}$
- convenzione per il calcolo degli interessi $\#|\#$

restano determinati gli n **coefficienti di adeguamento temporale (uni-periodali)**

$$\beta_{1/m;k}^{\#|\#} = \frac{z z_{1/m;k}^{\#|\#}}{z_{1/m;k}^{\#|\#}} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{(c|c), (r|r), (g|g), (r|c), (g|c), (g|r)\})$$

e gli n **coefficienti di adeguamento temporale multi-periodale (relativi ai primi k periodi oppure per un insieme di $k_2 - k_1$ periodi intermedi)**

$$\sum_{f=1}^k \beta_{1/m;f}^{\#|\#} = \gamma_{1/m;k}^{\#|\#} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$

$$\sum_{f=k_1+1}^{k_2} \beta_{1/m;f}^{\#|\#} = \gamma_{1/m;k_2}^{\#|\#} - \gamma_{1/m;k_1}^{\#|\#} = \gamma_{1/m;k_1+1;k_2}^{\#|\#} \quad (k_1, k_2 = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$

I **tassi periodali d'interesse di computo** dipendono, ovviamente, anche dal regime finanziario adottato per i calcoli. Nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, tali tassi risultano

$$\hat{i}_{1/m;k}^{\#|\#} = (1 + i_{1/m})^{\beta_{1/m;k}^{\#|\#}} - 1 \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$



$$\hat{i}_{1/m;k}^{c|c} = (1 + i_{1/m})^{\overbrace{\beta_{1/m;k}^{c|c}}^1} - 1 = i_{1/m} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice (CS.f)**, tali tassi risultano

$$\hat{i}_{1/m;k}^{\#|\#;cs.f} = \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;k}^{\#|\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k+1;n}^{\#|\#}} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$

$$\hat{i}_{1/m;k}^{c|c;cs.f} = \frac{i_{1/m} \cdot \overbrace{\beta_{1/m;k}^{c|c}}^1}{1 + i_{1/m} \cdot \underbrace{\gamma_{1/m;k+1;n}^{c|c}}_{n-k}} = \frac{i_{1/m}}{1 + i_{1/m}(n-k)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

e, nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice (CS.i)**, tali tassi risultano

$$\hat{i}_{1/m;k}^{\#|\#;cs.i} = \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;k}^{\#|\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k-1}^{\#|\#}} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$

$$\hat{i}_{1/m;k}^{c|c;cs.i} = \frac{i_{1/m} \cdot \overbrace{\beta_{1/m;k}^{c|c}}^1}{1 + i_{1/m} \cdot \underbrace{\gamma_{1/m;k-1}^{c|c}}_{k-1}} = \frac{i_{1/m}}{1 + i_{1/m}(k-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Nota: In alcune applicazioni relative alla definizione dei tassi periodali effettivi di computo nel regime finanziario della **capitalizzazione composta**, taluni soggetti decidono di effettuare un'**approssimazione lineare** della formula precedentemente indicata

$$\hat{i}_{1/m;k}^{\#|\#} = \sum_{g=1}^{\infty} i_{1/m}^g \left(\frac{\beta_{1/m;k}^{\#|\#}}{g} \right) \cong i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;k}^{\#|\#} = \hat{i}_{1/m;k}^{\#|\#;?} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#|\#) \in \{\dots\})$$

$$\hat{i}_{1/m;k}^{c|c;?} = i_{1/m} \cdot \overbrace{\beta_{1/m;k}^{c|c}}^1 = i_{1/m} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Tale applicazione semplificata, algebricamente ingiustificata (considerato che i moderni mezzi di calcolo rendono fattibili calcoli anche complessi), genera un **algoritmo ibrido**, nel quale l'armonia algebrica del regime finanziario della capitalizzazione composta risulta disturbata dalle caratteristiche del regime finanziario della capitalizzazione semplice, con tutti i difetti teorici e applicativi che ne derivano.

Disponendo del vettore dei tassi di computo, è possibile calcolare la rata di ammortamento e le quote interessi di un processo di rimborso di un prestito secondo la metodologia "**alla francese**", nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta (CC)** (Appendice 1)



$$R = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m})^{-\gamma_{1/m;k}^{\#\#\#}}} \quad ((\#\#\#) \in \{\dots\})$$

$$R = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m})^{-\overbrace{\gamma_{1/m;k}^{c|c}}^k}} = \frac{D_0 \cdot i_{1/m}}{1 - (1 + i_{1/m})^{-n}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i_{1/m}}}$$

$$I_k = D_{k-1} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{\#\#\#} = D_{k-1} \left((1 + i_{1/m})^{\beta_{1/m;k}^{\#\#\#}} - 1 \right) \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#\#\#) \in \{\dots\})$$

$$I_k = D_{k-1} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{c|c} = D_{k-1} \cdot i_{1/m} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice** con epoca di equivalenza finale (**CS.f**) (Appendice 2)

$$R^{cs.f} = D_0 \frac{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;n}^{\#\#\#}}{\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k+1;n}^{\#\#\#})} \quad ((\#\#\#) \in \{\dots\})$$

$$R^{cs.f} = D_0 \frac{1 + i_{1/m} \cdot \overbrace{\gamma_{1/m;n}^{c|c}}^n}{\sum_{k=1}^n \left(1 + i_{1/m} \cdot \underbrace{\gamma_{1/m;k+1;n}^{c|c}}_{n-k} \right)} = D_0 \frac{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} i_{1/m}}{\binom{n}{1} + \binom{n}{2} i_{1/m}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i_{1/m}}^{cs.f}}$$

$$I_k^{cs.f} = D_{k-1}^{cs.f} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{\#\#\#;cs.f} = D_{k-1}^{cs.f} \cdot \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;k}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k+1;n}^{\#\#\#}} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#\#\#) \in \{\dots\})$$

$$I_k^{cs.f} = D_{k-1}^{cs.f} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{c|c;cs.f} = D_{k-1}^{cs.f} \cdot \frac{i_{1/m}}{1 + i_{1/m}(n-k)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

e nel caso di adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice** con epoca di equivalenza iniziale (**CS.i**) (Appendice 3)

$$R^{cs.i} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k}^{\#\#\#}}} \quad ((\#\#\#) \in \{\dots\})$$

$$R^{cs.i} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + i_{1/m} \cdot \underbrace{\gamma_{1/m;k}^{c|c}}_k}} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + i_{1/m} \cdot k}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i_{1/m}}^{cs.i}}$$

$$I_k^{cs.i} = D_{k-1}^{cs.i} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{\#\#\#;cs.i} = D_{k-1}^{cs.i} \cdot \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;k}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k-1}^{\#\#\#}} \quad (k = 1, 2, \dots, n; (\#\#\#) \in \{\dots\})$$



$$I_k^{cs.i} = D_{k-1}^{cs.i} \cdot \hat{i}_{1/m;k}^{c|c;cs.i} = D_{k-1}^{cs.i} \cdot \frac{i_{1/m}}{1 + i_{1/m}(k-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Appendice 1

$$\begin{aligned} R &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k (1 + \hat{i}_{1/m;g}^{\#\#\#})^{-1} \right)^{-1} = D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k (1 + i_{1/m})^{-\beta_{1/m;g}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \\ &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m})^{-\sum_{g=1}^k \beta_{1/m;g}^{\#\#\#}} \right)^{-1} = D_0 \left(\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m})^{-\gamma_{1/m;k}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Appendice 2

$$\begin{aligned} R^{cs.f} &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k (1 + \hat{i}_{1/m;g}^{\#\#\#;cs.f})^{-1} \right)^{-1} = D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k \left(1 + \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;g}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g+1;n}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \right)^{-1} \\ &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k \left(\frac{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g;n}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g+1;n}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \right)^{-1} = D_0 \left(\frac{\sum_{k=1}^n (1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k+1;n}^{\#\#\#})}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;n}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Appendice 3

$$\begin{aligned} R^{cs.i} &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k (1 + \hat{i}_{1/m;g}^{\#\#\#;cs.i})^{-1} \right)^{-1} = D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k \left(1 + \frac{i_{1/m} \cdot \beta_{1/m;g}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g-1}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \right)^{-1} \\ &= D_0 \left(\sum_{k=1}^n \prod_{g=1}^k \left(\frac{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g}^{\#\#\#}}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;g-1}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \right)^{-1} = D_0 \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + i_{1/m} \cdot \gamma_{1/m;k}^{\#\#\#}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Nota: L'analisi comparativa delle prime espressioni delle rate di ammortamento, presenti nelle tre Appendici, mostra l'uguaglianza della struttura dei tre algoritmi, che si differenziano soltanto per i diversi tassi di computo relativi ai tre regimi finanziari della capitalizzazione composta (**CC**) e della capitalizzazione semplice (**CS.f**) e (**CS.i**). Tale considerazione consente di dedurre che i tre piani ammortamento sotto riportati sono ottenibili dallo stesso schema, considerando i **tassi periodali effettivi di computo** rispettivamente dell'uno e dell'altro regime finanziario.

Di seguito sono riportati tre esempi di stesura di un piano di ammortamento, con adozione dei regimi finanziari della capitalizzazione composta (**CC**) e della capitalizzazione semplice con epoca di equivalenza finale (**CS.f**) e iniziale (**CS.i**) nelle tre diverse ipotesi di convenzione: 1. anno commerciale (360/360), anno civile (365-366/365,25) e anno civile (365-366/360). Con riguardo

alle stesure secondo il regime della capitalizzazione semplice, va ricordata, come precisato da diversi autori (**Levi, Caliri, Varoli, ...**) la sua coerenza con la scelta dell'epoca di equivalenza finale (la scelta dell'epoca di equivalenza iniziale è invece coerente con il regime finanziario dello sconto commerciale). Gli esempi sottostanti evidenziano un'**incongruenza finanziaria** (non algebrica), che il regime **CS.i** può presentare: la presenza **fisiologica** di **quote capitali iniziali negative** causate dall'esistenza di quote interessi maggiori delle corrispondenti rate e la conseguente presenza di debiti residui crescenti e pertanto superiori all'importo finanziato. Tale situazione crea una situazione alquanto paradossale, per la comune clientela, consistente nel fatto che, in ipotesi di estinzione anticipata, l'importo da versare, al netto dell'eventuale penale e nonostante il regolare pagamento delle rate contrattuali scadute, potrebbe risultare superiore all'importo concesso in prestito. La situazione stessa può generare un problema dinamico di **finanziabilità**, in relazione al fatto che il debito residuo crescente può superare nel tempo il **livello di garanzia** previsto dal settore bancario per il settore dei mutui/leasing.

Esempio: Convenzione: anno commerciale: 360 – Sub-convenzione: 360/360

Capitale	400.000,00	T	Date	gg	Σgg	Beta	Gamma	Tax_co CC	Tax_co CS.f	Tax_co CS.i
Che TAN	10.0000%	0	31/08/2006	0	0					
Fraz	12	1	30/09/2006	30	30	1.000000	1.000000	0.833333%	0.278552%	0.833333%
TME	0.8333%	2	31/10/2006	30	60	1.000000	2.000000	0.833333%	0.279330%	0.826446%
Durata	240	3	30/11/2006	30	90	1.000000	3.000000	0.833333%	0.280112%	0.819672%
Divisore	360	4	31/12/2006	30	120	1.000000	4.000000	0.833333%	0.280899%	0.813008%
Div mese	30.0000	5	31/01/2007	30	150	1.000000	5.000000	0.833333%	0.281690%	0.806452%
Rata	3860.09	6	28/02/2007	30	180	1.000000	6.000000	0.833333%	0.282486%	0.800000%
Rata CS.f	2505.22	7	31/03/2007	30	210	1.000000	7.000000	0.833333%	0.283286%	0.793651%
Rata CS.i	3041.81	8	30/04/2007	30	240	1.000000	8.000000	0.833333%	0.284091%	0.787402%
		9	31/05/2007	30	270	1.000000	9.000000	0.833333%	0.284900%	0.781250%
		10	30/06/2007	30	300	1.000000	10.000000	0.833333%	0.285714%	0.775194%
		11	31/07/2007	30	330	1.000000	11.000000	0.833333%	0.286533%	0.769231%
		12	31/08/2007	30	360	1.000000	12.000000	0.833333%	0.287356%	0.763359%
		13	30/09/2007	30	390	1.000000	13.000000	0.833333%	0.288184%	0.757576%
		14	31/10/2007	30	420	1.000000	14.000000	0.833333%	0.289017%	0.751880%
		15	30/11/2007	30	450	1.000000	15.000000	0.833333%	0.289855%	0.746269%
		16	31/12/2007	30	480	1.000000	16.000000	0.833333%	0.290698%	0.740741%
		17	31/01/2008	30	510	1.000000	17.000000	0.833333%	0.291545%	0.735294%
		18	29/02/2008	30	540	1.000000	18.000000	0.833333%	0.292398%	0.729927%
		19	31/03/2008	30	570	1.000000	19.000000	0.833333%	0.293255%	0.724638%
		236	30/04/2026	30	7080	1.000000	236.000000	0.833333%	0.806452%	0.281690%
		237	31/05/2026	30	7110	1.000000	237.000000	0.833333%	0.813008%	0.280899%
		238	30/06/2026	30	7140	1.000000	238.000000	0.833333%	0.819672%	0.280112%
		239	31/07/2026	30	7170	1.000000	239.000000	0.833333%	0.826446%	0.279330%
		240	31/08/2026	30	7200	1.000000	240.000000	0.833333%	0.833333%	0.278552%

T	Rata CC	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	3,860.09	3,333.33	526.75	399,473.25
2	3,860.09	3,328.94	531.14	398,942.10
3	3,860.09	3,324.52	535.57	398,406.53
4	3,860.09	3,320.05	540.03	397,866.50
5	3,860.09	3,315.55	544.53	397,321.97
6	3,860.09	3,311.02	549.07	396,772.90
7	3,860.09	3,306.44	553.65	396,219.25
8	3,860.09	3,301.83	558.26	395,660.99
9	3,860.09	3,297.17	562.91	395,098.08
10	3,860.09	3,292.48	567.60	394,530.48
11	3,860.09	3,287.75	572.33	393,958.15
12	3,860.09	3,282.98	577.10	393,381.05
13	3,860.09	3,278.18	581.91	392,799.14
14	3,860.09	3,273.33	586.76	392,212.37
15	3,860.09	3,268.44	591.65	391,620.72
16	3,860.09	3,263.51	596.58	391,024.14
17	3,860.09	3,258.53	601.55	390,422.59
18	3,860.09	3,253.52	606.56	389,816.03

T	Rata CS.f	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	2,505.22	1,114.21	1,391.01	398,608.99
2	2,505.22	1,113.43	1,391.79	397,217.20
3	2,505.22	1,112.65	1,392.57	395,824.63
4	2,505.22	1,111.87	1,393.35	394,431.28
5	2,505.22	1,111.07	1,394.15	393,037.14
6	2,505.22	1,110.27	1,394.94	391,642.19
7	2,505.22	1,109.47	1,395.75	390,246.44
8	2,505.22	1,108.65	1,396.56	388,849.88
9	2,505.22	1,107.83	1,397.38	387,452.49
10	2,505.22	1,107.01	1,398.21	386,054.28
11	2,505.22	1,106.17	1,399.05	384,655.23
12	2,505.22	1,105.33	1,399.89	383,255.35
13	2,505.22	1,104.48	1,400.74	381,854.61
14	2,505.22	1,103.63	1,401.59	380,453.02
15	2,505.22	1,102.76	1,402.46	379,050.56
16	2,505.22	1,101.89	1,403.33	377,647.23
17	2,505.22	1,101.01	1,404.21	376,243.02
18	2,505.22	1,100.13	1,405.09	374,837.93

T	Rata CS.i	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	3,041.81	3,333.33	-291.53	400,291.53
2	3,041.81	3,308.19	-266.39	400,557.91
3	3,041.81	3,283.26	-241.45	400,799.37
4	3,041.81	3,258.53	-216.72	401,016.09
5	3,041.81	3,234.00	-192.19	401,208.28
6	3,041.81	3,209.67	-167.86	401,376.14
7	3,041.81	3,185.52	-143.72	401,519.86
8	3,041.81	3,161.57	-119.77	401,639.63
9	3,041.81	3,137.81	-96.00	401,735.63
10	3,041.81	3,114.23	-72.42	401,808.05
11	3,041.81	3,090.83	-49.02	401,857.07
12	3,041.81	3,067.61	-25.80	401,882.88
13	3,041.81	3,044.57	-2.76	401,885.64
14	3,041.81	3,021.70	20.11	401,865.53
15	3,041.81	2,999.00	42.81	401,822.72
16	3,041.81	2,976.46	65.34	401,757.37
17	3,041.81	2,954.10	87.71	401,669.66
18	3,041.81	2,931.90	109.91	401,559.75

Rata	3898.62	6	28/02/2007	28	181	0.933333	6.033333	0.777562%	0.261097%	0.746468%
Rata CS.f	2511.19	7	31/03/2007	31	212	1.033333	7.066667	0.861230%	0.289909%	0.819672%
Rata CS.i	3058.98	8	30/04/2007	30	242	1.000000	8.066667	0.833333%	0.281347%	0.786988%
		9	31/05/2007	31	273	1.033333	9.100000	0.861230%	0.291573%	0.806661%
		10	30/06/2007	30	303	1.000000	10.100000	0.833333%	0.282965%	0.774593%
		11	31/07/2007	31	334	1.033333	11.133333	0.861230%	0.293255%	0.794057%
		12	31/08/2007	31	365	1.033333	12.166667	0.861230%	0.294118%	0.787802%
		13	30/09/2007	30	395	1.000000	13.166667	0.833333%	0.285442%	0.756620%
		14	31/10/2007	31	426	1.033333	14.200000	0.861230%	0.295830%	0.775776%
		15	30/11/2007	30	456	1.000000	15.200000	0.833333%	0.287109%	0.745156%
		16	31/12/2007	31	487	1.033333	16.233333	0.861230%	0.297562%	0.764111%
		17	31/01/2008	31	518	1.033333	17.266667	0.861230%	0.298450%	0.758317%
		18	29/02/2008	29	547	0.966667	18.233333	0.805444%	0.279977%	0.704396%
		236	30/04/2026	30	7182	1.000000	239.400000	0.833333%	0.805802%	0.279018%
		237	31/05/2026	31	7213	1.033333	240.433333	0.861230%	0.839653%	0.287490%
		238	30/06/2026	30	7243	1.000000	241.433333	0.833333%	0.819224%	0.277444%
		239	31/07/2026	31	7274	1.033333	242.466667	0.861230%	0.853759%	0.285872%
		240	31/08/2026	31	7305	1.033333	243.500000	0.861230%	0.861111%	0.285057%

T	Rata CC	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	3,898.62	3,333.33	565.29	399,434.71
2	3,898.62	3,440.05	458.57	398,976.14
3	3,898.62	3,324.80	573.82	398,402.32
4	3,898.62	3,431.16	467.46	397,934.86
5	3,898.62	3,427.14	471.49	397,463.37
6	3,898.62	3,090.53	808.10	396,655.27
7	3,898.62	3,416.12	482.51	396,172.77
8	3,898.62	3,301.44	597.18	395,575.58
9	3,898.62	3,406.82	491.81	395,083.78
10	3,898.62	3,292.36	606.26	394,477.52
11	3,898.62	3,397.36	501.26	393,976.26
12	3,898.62	3,393.04	505.58	393,470.68
13	3,898.62	3,278.92	619.70	392,850.98
14	3,898.62	3,383.35	515.27	392,335.71
15	3,898.62	3,269.46	629.16	391,706.55
16	3,898.62	3,373.50	525.13	391,181.42
17	3,898.62	3,368.97	529.65	390,651.77
18	3,898.62	3,146.48	752.14	389,899.63
236	3,898.62	158.40	3,740.22	15,267.58
237	3,898.62	131.49	3,767.13	11,500.45
238	3,898.62	95.84	3,802.79	7,697.66
239	3,898.62	66.29	3,832.33	3,865.33
240	3,898.62	33.29	3,865.33	0.00

T	Rata CS.f	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	2,511.19	1,103.45	1,407.74	398,592.26
2	2,511.19	1,139.47	1,371.72	397,220.53
3	2,511.19	1,101.96	1,409.23	395,811.30
4	2,511.19	1,137.92	1,373.27	394,438.03
5	2,511.19	1,137.24	1,373.95	393,064.08
6	2,511.19	1,026.28	1,484.91	391,579.17
7	2,511.19	1,135.22	1,375.97	390,203.20
8	2,511.19	1,097.82	1,413.37	388,789.83
9	2,511.19	1,133.60	1,377.59	387,412.25
10	2,511.19	1,096.24	1,414.95	385,997.30
11	2,511.19	1,131.96	1,379.23	384,618.07
12	2,511.19	1,131.23	1,379.96	383,238.11
13	2,511.19	1,093.92	1,417.27	381,820.84
14	2,511.19	1,129.54	1,381.65	380,439.19
15	2,511.19	1,092.27	1,418.92	379,020.28
16	2,511.19	1,127.82	1,383.37	377,636.90
17	2,511.19	1,127.06	1,384.13	376,252.77
18	2,511.19	1,053.42	1,457.77	374,795.00
236	2,511.19	98.71	2,412.48	9,837.69
237	2,511.19	82.60	2,428.59	7,409.10
238	2,511.19	60.70	2,450.49	4,958.61
239	2,511.19	42.33	2,468.86	2,489.75
240	2,511.19	21.44	2,489.75	0.00

T	Rata CS.i	Inter	Capit	Debito
0				400,000.00
1	3,058.98	3,333.33	-274.35	400,274.35
2	3,058.98	3,417.38	-358.40	400,632.74
3	3,058.98	3,282.98	-223.99	400,856.74
4	3,058.98	3,365.81	-306.82	401,163.56
5	3,058.98	3,340.34	-281.35	401,444.91
6	3,058.98	2,996.66	62.33	401,382.58
7	3,058.98	3,290.02	-231.04	401,613.62
8	3,058.98	3,160.65	-101.67	401,715.29
9	3,058.98	3,240.48	-181.50	401,896.79
10	3,058.98	3,113.07	-54.08	401,950.87
11	3,058.98	3,191.72	-132.74	402,083.61
12	3,058.98	3,167.62	-108.64	402,192.24
13	3,058.98	3,043.07	15.92	402,176.33
14	3,058.98	3,119.99	-61.00	402,237.33
15	3,058.98	2,997.30	61.69	402,175.64
16	3,058.98	3,073.07	-14.09	402,189.73
17	3,058.98	3,049.87	9.11	402,180.62
18	3,058.98	2,832.95	226.04	401,954.58
236	3,058.98	42.32	3,016.67	12,149.58
237	3,058.98	34.93	3,024.06	9,125.52
238	3,058.98	25.32	3,033.67	6,091.86
239	3,058.98	17.41	3,041.57	3,050.29
240	3,058.98	8.70	3,050.29	0.00

Bibliografia “tecnica” di riferimento

- [AABO23c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “L’equazione della Banca d’Italia per il calcolo del Tasso (annuo) Effettivo Globale (TEG) – Considerazioni di tipo geometrico”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 67 marzo - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO23b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Anatocismo nei processi di ammortamento - Il rapporto scientifico dell’AMASES 2022/01 - Ulteriori considerazioni critiche di tipo matematico”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 66 febbraio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO23a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Anatocismo nei processi di ammortamento - Il rapporto scientifico dell’AMASES 2022/01 - Considerazioni critiche di tipo matematico e giuridico”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 65 gennaio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22n] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Il grado di capitalizzazione di un’operazione finanziaria e la quantificazione dell’onere implicito relativo al differenziale tra regimi finanziari nell’ammortamento di un mutuo “alla francese” - Sulla non duplicazione di tale onere implicito nel calcolo del TEG”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 64 dicembre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22m] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “L’ammortamento di un mutuo “alla francese” a due tassi”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 63 novembre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22l] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “L’anatocismo matematico dipende dal regime finanziario e non dalla metodologia di ammortamento - Dimostrazione di come l’ammortamento “all’italiana” nel regime finanziario della capitalizzazione composta sia affetto da anatocismo al pari di quello “alla francese”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 62 ottobre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22i] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “I tassi d’interesse di computo: complementi e generalizzazioni”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 61 settembre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22h] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “I tassi di interesse di computo: definizioni e modalità di calcolo”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 60 agosto - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22g] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Sulla scindibilità parametrica delle leggi finanziarie. La “dotta disputa” tra Filadelfo Insolera e Francesco Paolo Cantelli”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 59 luglio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22f] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Sulla scindibilità parametrica delle leggi finanziarie. Approfondimenti”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 58 giugno - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Sulla scindibilità parametrica delle leggi finanziarie”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno VI, num. 57 maggio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO22d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - “Considerazioni sulle diverse tipologie di tassi di interesse. Come ricavare il TAN dal TAEG senza conoscere la rata di ammortamento”, *Le*

controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno VI, num. 56 aprile - ISSN 2611-0083 E-246934

[AABO22c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Considerazioni sui regimi finanziari delle capitalizzazioni polinomiali con particolare riguardo alla capitalizzazione semplice e composta”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno VI, num. 55 marzo - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO22b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“La sentenza 8/2022 del Tribunale Civile di Cremona. Considerazioni tecnico-matematiche sulla stesura dei piani di ammortamento e sulla quantificazione dell’onere implicito tra regimi finanziari”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno VI, num. 54 febbraio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO22a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“La Prestito vitalizio ipotecario. Considerazioni tecnico-scientifiche - Complementi”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno VI, num. 53 gennaio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21n] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Prestito vitalizio ipotecario. Considerazioni tecnico-scientifiche”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 52 dicembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21m] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“La valutazione del fondo aziendale TFR (Trattamento di Fine Rapporto) secondo il Principio contabile internazionale Ias19. Parte Seconda”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 51 novembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21l] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“La valutazione del fondo aziendale TFR (Trattamento di Fine Rapporto) secondo il Principio contabile internazionale Ias19. Parte Prima”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 50 ottobre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21i] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento di mutui “alla francese”: quando si sostiene a sproposito che la matematica viene invocata a sproposito”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 49 settembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21h] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sull’unicità del contratto di mutuo con clausola del contratto edilizio: il caso dei mutui della BHW Bausparkasse AG. Un’applicazione dei principi e dei metodi dell’algebra lineare. La stesura del piano di ammortamento in capitalizzazione semplice”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 48 agosto - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21g] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Considerazioni sull’onere implicito relativo al differenziale di regime finanziario nelle operazioni di prestito con rimborso rateale. Analisi e confronti tra metodologie – Matrici delle valutazioni”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 47 luglio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21f] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Considerazioni sull’onere implicito relativo al differenziale di regime finanziario nelle operazioni di prestito con rimborso rateale. Analisi e confronti tra metodologie di valutazione – Complementi”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 46 giugno - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO21e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Considerazioni sull’onere implicito relativo al differenziale di regime finanziario nelle operazioni di prestito con rimborso rateale. Analisi e confronti tra metodologie di valutazione”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno V, num. 45 maggio - ISSN 2611-0083 E-246934*

- [AABO21d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sulla misura del livello di anatocismo presente nelle operazioni finanziarie regolate dal regime della capitalizzazione composta. Versione estesa - Ammortamenti 2”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno V, num. 44 aprile - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO21c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sull’unicità del contratto di mutuo con clausola del contratto edilizio: il caso dei mutui della BHW Bausparkasse AG. Un’applicazione dei principi e dei metodi dell’algebra lineare”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno V, num. 43 marzo - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO21b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sulla misura del livello di anatocismo presente nelle operazioni finanziarie regolate dal regime della capitalizzazione composta. Versione estesa - Ammortamenti”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno V, num. 42 febbraio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO21a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sulla misura del livello di anatocismo presente nelle operazioni finanziarie regolate dal regime della capitalizzazione composta. Versione estesa.”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno V, num. 41 gennaio - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20n] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Sulla misura del livello di anatocismo presente nelle operazioni finanziarie regolate dal regime della capitalizzazione composta”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 40 dicembre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20m] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“L’operazione di leasing traslativo e il regime finanziario della capitalizzazione semplice - La quantificazione dell’onere occulto”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 39 novembre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20l] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“L’operazione di leasing immobiliare in capitalizzazione semplice La sentenza 4102 del 16 giugno 2020 del Tribunale Civile di Napoli”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 38 ottobre - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20i] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento in capitalizzazione semplice di mutui “alla francese”: analisi e confronto dei modelli proposti o in uso. Allegato: Scritture in partita doppia”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 36, agosto - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20h] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento in capitalizzazione semplice di mutui “alla francese”: analisi e confronto dei modelli proposti o in uso”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 35, luglio, pp. 44-66, - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20g] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento “alla francese” di mutui in capitalizzazione semplice. La scelta dell’epoca di equivalenza finanziaria: finale oppure iniziale?”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 34, giugno, pp.70-79, - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20f] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Gli articoli 1283 e 821 del codice civile: l’interpretazione logica secondo i principi dell’algebra di Boole”*, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici*, anno IV, num. 34, giugno, pp. 64-69, - ISSN 2611-0083 E-246934
- [AABO20e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Capitalizzazione composta # Capitalizzazione semplice. Come dedurre un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice (con epoca di equivalenza finanziaria corrispondente al tempo finale dell’operazione) (CS.f) dal*

corrispondente piano predisposto in capitalizzazione composta (CC). Complementi”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno IV, num. 33, maggio, pp. 55-75, - ISSN 2611-0083 E-246934

[AABO20d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Capitalizzazione composta # Capitalizzazione semplice. Come dedurre un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice (con epoca di equivalenza finanziaria corrispondente al tempo finale dell’operazione) (CS.f) dal corrispondente piano predisposto in capitalizzazione composta (CC)”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno IV, num. 32, aprile pp.50-70, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO20c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento progressivo di un prestito indiviso. Definizione generale e tipologie tradizionali – Parte I: Complementi”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno IV, num. 31, marzo - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO20b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Ammortamento progressivo di un prestito indiviso. Definizione generale e tipologie tradizionali”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, Edizione ORO, num. 4, febbraio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO20a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Elementi di base per le valutazioni finanziarie. Parte Prima - Tipologie di tassi di interesse: TAN, TPE e TAE”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno IV, num. 29, gennaio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19m] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Prestito vitalizio ipotecario. Anticipazione di considerazioni tecnico-scientifiche”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 28, dicembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19l] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. - *“Le “strane” recenti sentenze della Sezione XVII Civile del Tribunale Ordinario di Roma – Osservazioni tecnico-matematiche sulla stesura di piani di ammortamento “alla francese” di un mutuo”. Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 27, novembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19i] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. - *“ Complementi al modello matematico “completo” del calcolo del TEG per la verifica di usura in mutui e finanziamenti con considerazione di: oneri iniziali e oneri periodici, tasso di mora, penale di estinzione anticipata e differenziale tra regimi finanziari”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 26, ottobre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19h] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. - *“Il modello matematico “completo” del calcolo del TEG per la verifica di usura in mutui e finanziamenti a rimborso rateale”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 25, settembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19g] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. - *“Usura nei mutui: metodo di calcolo del TEG con considerazione del tasso di mora. Analisi dei metodi presenti nelle sentenze”, Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 24, agosto - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19f] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. - *“Commento tecnico-matematico alla sentenza del Tribunale di Torino n.605 del 30 maggio 2019 relativa alla negazione della presenza dell’anatocismo nell’ammortamento “alla francese” di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione composta.” Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 23, luglio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. - *“Problematiche relative alla considerazione del tasso di mora nel calcolo del TAEG nell’ammortamento di un mutuo “alla francese”. Complementi.” Le*

controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 22, giugno - ISSN 2611-0083 E-246934

[AABO19d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Anatocismo e capitalizzazione. Considerazioni su alcuni aspetti tecnico scientifici”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 21, maggio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “La penale per estinzione anticipata di un mutuo: la sua considerazione nel tasso da confrontare con il TSU”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 20, aprile - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “I piani di ammortamento di un mutuo. Coerenze e incoerenze.”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 19, marzo - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO19a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Giusta nota per dimostrare, “si spera definitivamente”, la presenza di anatocismo nell’ammortamento di mutui “alla francese” stilati secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno III, num. 18, febbraio - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO18e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Rivisitazione del modello di calcolo dell’ammortamento “alla francese” di un mutuo in capitalizzazione semplice. Complementi 3”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 16, dicembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO18d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Nel piano di ammortamento “alla francese” stilato in base al regime finanziario della capitalizzazione composta (cc) le quote interesse sono calcolate secondo il regime della capitalizzazione semplice (cs) oppure della capitalizzazione composta (cc)? Una risposta scientifica al problema mediante una verifica numerica e una dimostrazione algebrica”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 15, novembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO18c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Rivisitazione del modello di calcolo dell’ammortamento “alla francese” di un mutuo in capitalizzazione semplice. Complementi 2”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 13, settembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO18b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Rivisitazione del modello di calcolo dell’ammortamento “alla francese” di un mutuo in capitalizzazione semplice. Complementi”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 12, agosto - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AABO18a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C., Olivieri F. – “Rivisitazione del modello di calcolo dell’ammortamento di un mutuo “alla francese” in capitalizzazione semplice”, *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 10, giugno, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB18c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – “Considerazioni sull’ammortamento nelle operazioni di leasing”. *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 7, marzo, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB18b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – “Problematiche relative alla considerazione del tasso di mora nel calcolo del TEG nell’ammortamento di un mutuo “alla francese”. *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 7, marzo, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB18a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – “Ammortamento di mutui “alla francese” in capitalizzazione semplice con alcuni pagamenti già effettuati in capitalizzazione composta”. *Le*

controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 5, gennaio, - ISSN 2611-0083 E-246934

[AAB17e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *Le “strane” formule della Banca d’Italia in tema di usura. Complementi. Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno I, num. 4, dicembre, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB17d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“Lo “stato dell’arte”, sia accademico che professionale, sulla presenza dell’anatocismo nell’ammortamento di mutui “alla francese” e relativa stesura del piano in capitalizzazione semplice”. Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno I, num. 3, novembre, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB17c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“Analisi tecnico-finanziaria di alcune sentenze relative alla presenza/assenza del fenomeno anatocistico nei mutui “alla francese””. Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno I, num. 2, ottobre, - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB17b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“Le “strane” formule della Banca d’Italia in tema di usura”. Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno I, num. 1, settembre, - ISSN 2611-0083*

[AAB17a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“L’anatocismo nell’ammortamento di un mutuo “alla francese”: confronto con un conto corrente.” Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno I, num. 1, settembre - ISSN 2611-0083 E-246934*

[AAB16e] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *Anatocismo e ammortamento di mutui alla francese. Manuale per le professioni di Magistrato, Dottore Commercialista ed Avvocato. CreateSpace Independent Publishing Platform; 1 edition, ISBN-13:978-1539463948 e ISBN-10: 1533450226*

[AAB16d] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“La reintroduzione dell’anatocismo nella modifica all’art. 120/2 del T.U.B”, Dirigenza Bancaria Finance-Management-Innovation n. 179, ISBN 1828-7247*

[AAB16c] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“Ammortamento di mutui alla francese in capitalizzazione semplice”, Dirigenza Bancaria Finance-Management-Innovation n. 179, ISBN 1828-7247*

[AAB16b] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *Anatocismo e ammortamento di mutui alla francese in capitalizzazione semplice: modello e applicazioni, CreateSpace Independent Publishing Platform; 1 edition - ISBN-13:978-1533450227 e ISBN-10: 1533450226*

[AAB16a] Annibali A., Annibali, A., Barracchini, C. – *“L’Anatocismo nei mutui tra diritto civile e Matematica Finanziaria”, Dirigenza Bancaria Finance-Management-Innovation n. 178,- ISBN 1828-7247*

[Anni93] Annibali A. – *Strumenti matematici per un corso di informatica – Ediz. Luiss Press 1993*

[Aret14] Aretusi G. – *Mutui e anatocismo. Aspetti matematici e tecnici – Edizioni LuLu.com*

[AtMa69] Atiyah M. F. and MacDonald I. G – *Introduction to commutative algebra, AddisonWesley Publishing Co., Reading, Mass.-London-Don Mills, Ont., 1969.*

[BaPi22] Basso A., Pianca P. - *Introduzione alla matematica finanziaria, CEDAM Scienze Economiche e aziendali, Terza Edizione - ISBN 9788813363307*

[Benn01] Benninga S. – *Modelli Finanziari. La finanza con Excel a cura di Torricelli C. – McGraw Hill*

[Bonf38] Bonferroni C. E. – *Fondamenti di matematica attuariale – Edizioni Gili*

[BMORT93] Bortot P., Magnani U., Olivieri G., Rossi F.A., Torregiani M. – *Matematica Finanziaria II ed. con esercizi – Edizioni Gili*

[CacR72] Cacciafesta R. – *“Sul concetto di scindibilità e sul processo di capitalizzazione semplice” – Studi in onore di Fernando Giaccardi – Torino*

- [CacR68] Cacciafesta R. – *Lezioni di Matematica Finanziaria* – Liguori Editore - Napoli
- [CacF90] Cacciafesta F. – “Una luce nuova su una vecchia storia: la scindibilità di Cantelli-Insolera e la struttura a termine dei tassi di interesse” – *Rivista Amases*
- [Cali98] Caliri M. – *Appunti di Matematica Finanziaria*, Giappichelli Editore, Torino
- [Cant46] Cantelli F. P. – *Riassunto delle lezioni di matematica finanziaria* – Ediz. Pioda, 1946.
- [Cant47] Cantelli F. P. – *Riassunto delle lezioni di matematica attuariale* – Ediz. Pioda, 1947.
- [Cant14] Cantelli F. P. – “Genesi e costruzione delle tavole di mutualità” – *Bollettino Notizie Credito e Previdenza*, 1914.
- [Cast75] Castagnoli E. - “Sul confronto fra i Criteri del Risultato Economico Attualizzato e del Tasso di Rendimento” *Studi e Ricerche, Facoltà di Economia e Commercio dell’Università degli Studi di Parma*, vol. 2, pp. 127-133.
- [CDFM05] Castellani G., De Felice M., Moriconi F. – *Manuale di Finanza. Tassi d’interesse. Mutui e obbligazioni*, - Edizioni Il Mulino
- [DeFi55] De Finetti B. – *Lezioni di matematica finanziaria* – Ed. Ricerche – Roma
- [DeGa19] D’Ecclesia R.L., Gardini L. – *Appunti di Matematica Finanziaria VIII edizione*, Giappichelli Torino
- [Dell31] Dell’Agnola C. A. – “Intorno alle leggi scindibili di capitalizzazione”, G.I.I.A.
- [DVeP18] De Vecchi P., – “Il riscatto finale nel leasing traslativo: una dicotomia tra diritto e applicazione matematica che genera anatocismo”, *AssoCTU*.
- [Dila84] Di Lazzaro M. – *Lezioni di Matematica finanziaria*, - CISU- Roma
- [FeOl15] Fersini P., Olivieri G. – “Sull’anatocismo nell’ammortamento francese” –*Banche e Banchieri* – *Rivista dell’Associazione Nazionale Banche Private* - n.2/15 - ISSN 0390-1378
- [Fior19] Fiorucci F. – “Anatocismo, usura e TAEG/ISC nei mutui bancari”, *Altalex editore, consultabile online su Lamiabiblioteca.com* - ISBN 978 889820932
- [GJRV17] Gismondi F., Janssen J., Manca R., Volpe di Prignano E. – *Matematica Finanziaria*, Giappichelli Editore
- [Guer86] Guerraggio A. – “Le equazioni funzionali nei fondamenti della matematica finanziaria” – *Rivista Amases*
- [Kell13] Kellison S. G. – *The Theory of interest Second edition* - Maggioli Editore Apogeo Education
- [Inso49] Insolera F. – *Teorica della capitalizzazione* – Edizioni Scientifiche Einaudi
- [Inso50] Insolera F. – *Teorica dell’ammortamento* – Edizioni Scientifiche Einaudi
- [Inso51] Insolera F. – *Teorica della sopravvivenza* – Edizioni Scientifiche Einaudi
- [Inso37] Insolera F. – *Corso di matematica finanziaria* – Edizioni Bona
- [Inzi14] Inzitari B. - *Prefazione del Libro scritto da Luigi Spagnolo dal titolo: "L’Anatocismo Mascherato" edizione Esperidi*
- [JMVdP12] Janssen J., Manca R., Volpe di Prignano E. – *Finanza Matematica - Vol 1* Giappichelli Editore
- [Lazz80] Lazzar F. - “Condizioni sufficienti per l’Unicità del Tasso Interno di Rendimento” *Giornale dell’Istituto Italiano degli Attuari, lug.-dic., vol.43, pp.81-104.*

- [Levi50] Levi E. - "Sul Tasso di Interesse come Indice", *Giornale di Matematica Finanziaria, Serie III* vol. 8 n.3
- [Levi59] Levi E. - *Corso di Matematica Finanziaria La Goliardica, Milano, terza Edizione*
- [Levi64] Levi E. - *Corso di Matematica Finanziaria e attuariale, Milano, Giuffrè Editore*
- [Lise79] Lisei G. - "Su un'equazione funzionale collegata alla scindibilità delle leggi finanziarie" - G.I.I.A.
- [Lise88] Lisei G. - "On the functional equation $\phi(x, y, z) = \phi(\phi(x, y, t), t, z)$ " - *Rivista Amases*
- [LuPe97] Luciano E., Peccati L. - *Matematica per la gestione finanziaria. Editori Riuniti IV edizione*
- [Lund13b] Luenberger D. G. - *Introduzione alla Matematica finanziaria - Maggioli Editore Apogeo Education*
- [Lund13a] Luenberger D. G. - *Finanza e investimenti. Fondamenti matematici - Maggioli Editore Apogeo Education*
- [Manc88] Manca P. - "Operazioni finanziarie di Soper e operazioni di puro investimento secondo Teichroew-Robichek-Montalbano", *Atti del XII^o Convegno A.M.A.S.E.S., Palermo*
- [Manc69] Manca P. - *Equazioni funzionali e leggi di interesse finanziario - G.I.I.A.*
- [Mori94] Moriconi F. - *Matematica Finanziaria - Edizioni Il Mulino*
- [Mula93] Mulazzani M. - "Aspetti dinamici di leggi finanziarie scindibili" - *Rivista Amases*
- [MV2018] Marcelli R., Valente A. - "Usura e tasso di mora. Sancita la verifica alla pattuizione: riflessi operativi", *Il CASO.it*
- [Marc19] Marcelli R. - "Ammortamento alla francese e all'italiana: le conclusioni della giurisprudenza risultano confutate dalla matematica" - *Il CASO.it*
- [MaAr18] Mari C., Aretusi G. - "Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare" *Il Risparmio, Rivista trimestrale dell'ACRI Associazione di Fondazioni e di Casse di Risparmio SpA* anno LXVI, n.1 gennaio - marzo
- [MaAr19] Mari C., Aretusi G. - "Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche" *Il Risparmio, Rivista trimestrale dell'ACRI Associazione di Fondazioni e di Casse di Risparmio SpA* anno LXVII, n.1 gennaio -marzo
- [Nors70] Norstrom C. J. - "Uniqueness of the Internal Rate of Return with Variable Life of Investment: a comment" *The Economic Journal Dec.*, vol.80, pp.983-984.
- [Nors72] Norstrom C. J. - "A Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 7, pp. 1835-1939
- [OttM81] Ottaviani M. - *Leggi finanziarie scindibili - G.I.I.A.*
- [OttG62] Ottaviani G. - *Lezioni di matematica finanziaria - Ed. Veschi - Roma*
- [Prov23] Provenzano D. - "Il rapporto scientifico dell'AMASES 2022/01 - Le ragioni del contrasto con il Diritto - Quando la matematica finanziaria finisce con rinnegare sé stessa", *Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno VI, num. 66 febbraio - - ISSN 2611-0083 E-246934*
- [Rite22] Ritelli D. - *Matematica Finanziaria, Società Editrice Esculapio ISBN 978-88-9385-241-8*
- [Rizz18] Rizzo N. - "Interessi moratori usurari nella teoria delle obbligazioni pecuniarie", *Banca Borsa Titoli di Credito, anno LXXX, Fasc. 3 - - ISSN 0390-9522 Milano Giuffrè Editore*



- [RuFa17] Rutigliano M., Faccincani L. – “Brevi note per riconoscere, ‘si spera definitivamente’ l’assenza di anatocismo nel mutuo con piano di ammortamento alla francese” – *Banche e Banchieri – Rivista dell’Associazione Nazionale Banche Private* - n.3 - ISSN 0390-1378
- [Sang15] Sangiovanni V. – “Interessi corrispettivi e moratori tasso-soglia usura e clausola penale. Commento”. *Rivista: Danno e responsabilità* n.5 pp 522-532
- [Sibi58] Sibirani F. – *Lezioni di Matematica generale e finanziaria – Vol. II Ristampa seconda edizione Ed. CEDAM Padova*
- [Sope59] Soper C. S. - “The Marginal Efficiency of Capital: a Further Note”, *The Economic Journal* Marzo vol. 69, pp. 174-177.
- [Spag14] Spagnolo L. - *L’anatocismo mascherato – Ed. Esperidi*
- [StTZ17] Stefani S., Torriero A., Zambruno G. – *Elementi di matematica finanziaria e cenni di programmazione lineare. quinta ed. – Giappichelli Editore, Torino*
- [TRM65] Teichroew D., Robichek A. A., Montalbano M. - “Mathematical Analysis of Rates of Return Under Certainty” *Management Science*, vol. 11, pp. 395-403.
- [Trov90b] Trovato M. – *Matematica finanziaria – Ed. Etas Libri – ISBN 9-788845-304156*
- [Trov90a] Trovato M. – *Matematica finanziaria. Operazioni finanziarie semplici e complesse, Ammortamenti, piani di risparmio, valutazioni, leasing, indicizzazione, selezione di piani di investimenti – Ed. Etas Libri*
- [Varo83] Varoli G. - *Matematica Finanziaria. Teoria del credito teoria delle assicurazioni sulla vita. Complementi. II ed Patròn Editore, Bologna*